Пусть задан минимальный базис Грёбнера $B = \{b_i | i = \overline{1, m}\}$. Определим множество

$$A(B) = \bigcup_{i=\overline{1,m}} \tilde{O}^n(b_i).$$

Сужение функционала λ_I на множество $A(B)$ обозначим символом λ_{IA}.

Теорема 3. *Область значений произвольного биективного сечения многозначного отображения* $\lambda_{IA}^{-1} : |\lambda_I| \to A(B)$ *является базисом Ляпунова.*

В сообщении обсуждается задача построения указанных в теореме 3 биективных сечений.

В общем случае для построения базиса Ляпунова по производящему множеству G применяется предложенная Ляпуновым понижающая процедура. Формализация процедуры Ляпунова для класса фундированных функционалов Ляпунова — Богданова представлена в работе [4]. Специализация этой процедуры для функционала λ_I приводит к алгоритму Бухбергера [1]. В частности, применение S-многочленов в алгоритме Бухбергера можно интерпретировать как понижающую процедуру.

Литература

1. Cox D., Little J., O'Shea. *Ideals, varieties and algorithms.* Springer-Verlag, 1991.

2. Хованский А. Г., Чулков С. П. *Геометрия полугруппы* $\mathbb{Z}^n_{\geqslant 0}$. *Приложения к комбинаторике, алгебре и дифференциальным уранениям.* М.: МЦНМО, 2006.

3. Борухов В. Т. *Базисы Ляпунова и максимальные* λ*-подпространства* // Дифференц. уравнения. 2007. Т. 43. № 8. С. 1019–1028.

4. Борухов В. Т. *Редукция полного множества к базису Ляпунова фундированного функционала Ляпунова — Богданова* // Докл. НАН Беларуси. 2013. Т. 57. № 6. С. 24–27.

УСЛОВИЯ РЕГУЛЯРИЗИРУЕМОСТИ ОБЩИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ДВУМЯ ВХОДАМИ

В.И. Булатов

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь

Bulatov@bsu.by

Рассмотрим стационарную систему

$$D(p)x(t) = Bu(t), \tag{1}$$

с выходом

$$y = Cx(t), \tag{2}$$

записанную в операторном виде. Здесь $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $x - n$ — вектор состояния; $u - r$ — вектор управления; $y - m$ — вектор; $D(\lambda) - n \times n$ — матрица, элементами которой являются целые функции комплексной переменной λ; $B - n \times r$ — матрица; $C - m \times n$ — матрица.

В исследованиях систем вида (1), (2) важную роль играет спектр этих систем, т. е. множество корней (с учетом их кратностей) характеристической функции $d(\lambda) = \det D(\lambda)$, которая предполагается ненулевой. Если $d(\lambda) \equiv 0$, то возникает задача регуляризируемости системы (1), (2), т. е. например, с помощью регулятора по выходу $u = Qy(t)$ приведения этой системы к системе

$$\big(D(p) - BQC\big)x(t) = 0,$$

которая является уже регулярной, т. е. имеет ненулевую характеристическую функцию

$$\delta(\lambda) = \det[D(\lambda) - BQC].$$

В [1] отмечено, что если $d(\lambda) \equiv 0$, то для регуляризируемости системы (1), (2) достаточно, а в случае одного входа $(r = 1)$ или одного выхода $(m = 1)$, то и необходимо, чтобы нашлось такое число λ_0, для которого $CF(\lambda_0)B \neq 0$, где $F(\lambda)$ — присоединенная (союзная) матрица [2] к матрице $D(\lambda)$.

В связи с этим представляет интерес следующая

Теорема. *Если для трехмерной* $(n = 3)$ *системы* (1) *с двумя входами* $(r = 2)$ *имеем* $d(\lambda) \equiv 0$ *и* $CF(\lambda)B \equiv 0$, *то эта система будет регуляризируемой тогда и только тогда, когда существует число* λ_0 *такое, что* $CG(\lambda_0)C^\top \neq 0$. *Здесь*

$$G(\lambda) = \begin{bmatrix} 0; & \Delta_1(\lambda); & -\Delta_2(\lambda) \\ -\Delta_1(\lambda); & 0; & \Delta_3(\lambda) \\ \Delta_2(\lambda); & -\Delta_3(\lambda); & 0 \end{bmatrix},$$

где $\Delta_k(\lambda) = \det[d_k(\lambda); B]$, *а* $d_k(\lambda)$ — k*-й столбец матрицы* $D(\lambda)$, $k = 1, 2, 3$.

Литература

1. Булатов В. И. *О некоторых условиях регуляризируемости общих линейных стационарных систем управления, допускающих операторную запись* // Тез. докл. XVI Междунар. научной конф. по дифференц. уравнениям «Еругинские чтения–2014» 20–22 мая 2014. Новополоцк. Ч. 2. С. 89–90.
2. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц.* М.: 1988.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

М.Н. Гончарова

Гродненский государственный университет им. Я. Купалы, Гродно, Беларусь
m.gonchar@grsu.by

Рассмотрим управляемый объект, поведение которого описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_1 = \lambda_1 x_1 - d_1 + d_2 u, \quad \dot{x}_2 = \lambda_2 x_2 - d_3 + d_4 u, \tag{1}$$

где $x_1(t)$, $x_2(t)$ — функции переменной t, описывающие поведение объекта; λ_1, λ_2, d_1, d_2, d_3, d_4 — действительные числа, являющиеся параметрами, $0 > \lambda_1 > \lambda_2$; $\begin{vmatrix} d_1 & d_2 \\ d_3 & d_4 \end{vmatrix} \neq 0$; u — управление. В качестве допустимых управлений рассматриваются измеримые функции, принимающие значения из отрезка $[-1; 1]$. Требуется найти такое допустимое управление u, что кривая, описываемая параметрическими уравнениями $x_1(t), x_2(t)$, где функции $x_1(t), x_2(t)$ есть решение системы (1), является прямой

$$x_2 = kx_1 + m, \tag{2}$$

где $0 \leqslant k < d_4/d_2$, $m > 0$ — заданные числа.

Задачи такого вида возникают при исследовании задач оптимального управления с фазовыми ограничениями. Аналогичная задача при $k = 0$ решена, например, в [1].